COREANREGUNGEN UND ISOBARISCH ANALOGE ZUSTÄNDE IN KERNEN MIT N=29

Bruno Flamme

München

~~1967~~

1968

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41546010_0081

COREANREGUNGEN UND ISOBARISCH ANALOGE ZUSTÄNDE IN KERNEN MIT N=29

Inaugural-Dissertation
zur Erlangung der Doktorwürde der
Naturwissenschaftlichen Fakultät
an der Ludwig-Maximilians-Universität
zu München

vorgelegt von

Bruno Flamme

München
1967

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

Berichterstatter: Prof. Dr. F. Bopp
Tag der mündlichen Prüfung: 21.2.68

Fotodruck: Mikrokopie GmbH, 8 München 22, Bruderstraße 9

Inhaltsverzeichnis

	Seite
1.) Einleitung	1
2.) Teilchen-Loch-Transformation im Schalenmodell-Hamilton-Operator	4
3.) Klassifikation der Basiszustände	8
4.) Die effektive Wechselwirkung in der 3. und 4. Hauptschale	11
5.) Die Matrixelemente der Teilchen-Loch-Wechselwirkung	19
6.) Numerische Ergebnisse und Diskussion	22
7.) Zusammenfassung	33
Literaturverzeichnis	34

COREANREGUNGEN UND ISOBARISCH ANALOGE ZUSTÄNDE IN KERNEN MIT N=29

1.) Einleitung

Abgeschlossene Schalen stellen eine besonders stabile Konfiguration dar, da durch eine Schwelle (Abstand zur nächst höheren Schale und Unterschied in den Paarenergien) Anregungen erschwert sind.
Wir wollen einige mittelschwere Kerne, bei denen die $1f_{7/2}$-Schale mit Neutronen vollständig, mit Protonen nahezu vollständig gefüllt ist, auf Coreanregungen untersuchen, und zwar die Kerne Co^{56} und Ni^{57} mit N=29, $27 \leq Z \leq 28$, die ein Neutron in der 4. Hauptschale enthalten. Bei ihnen ist die Schwelle für Neutronenübergänge aus dem Core (abgeschlossene Schalen) in die Unterschale des ungeraden Neutrons herabgesetzt, da Paarenergie gewonnen wird.
Hinweise auf Coreanregungen dieser Art sind in den letzten Jahren durch direkte Kernreaktionen wie die Pick-up-Reaktion $Ni^{58}(He^3, \alpha)Ni^{57}$ (Ref.[1-3])) und die quasi-elastische Streuung Fe^{56} (p,n) Co^{56} [4,5]) erhalten worden. Bei bestimmten Anregungsenergien der Restkerne tritt eine Überhöhung der Wirkungsquerschnitte auf. Diese wird bei den ersteren Prozessen durch Pickup von $1f_{7/2}$-Neutronen (aus der vollen $1f_{7/2}$-Neutronenschale)[6], bei inelastischer Streuung durch direkten Ladungsaustausch zwischen einfallenden geladenen Teilchen und Oberflächenneutronen [7,8]) erklärt.

Einfache Coreanregungen durch direkte Kernreaktionen oder unmittelbar aus dem Grundzustand führen auf angeregte Zustände mit $T=T_z$ oder $T=T_z+1$, wenn keine Konfigurationsumordnung der restlichen Nukleonen auftritt und für den Grundzustand $T=T_z = (N-Z)/2$ angenommen wird. Die letzteren sind analog (im Sinne eines T-Multipletts) zu entsprechenden, niedrig liegenden Zuständen des Isobars mit 1 Neutron mehr und 1 Proton weniger.
Beispiele für Paare isobarisch analoger Zustände sind

Fe^{56} : 0^+ (0) - Co^{56} : 0^+ (3,574 MeV) [4] und Co^{57} : $7/2^-$ (0) - Ni^{57} : $7/2^-$ (5,25 MeV) [1,3].
Die Klassifikation von Kernzuständen nach der Isospin-Quantenzahl stützt sich auf die Ladungsunabhängigkeit der Kernkräfte. Quantenzustände gleicher Nukleonenkonfiguration, die sich nur in der Z-Komponente des Isospins unterscheiden, haben die gleiche Energie. Diese Entartung wird in Wirklichkeit durch ladungsabhängige Kräfte, vor allem die elektrostatische Kraft aufgehoben; wirkliche Kernzustände enthalten Beimischungen von Basiszuständen mit verschiedenem Isospin. Viäe experimentelle Daten deuten jedoch darauf hin, daß diese Beimischungen meist gering sind [9].

In dieser Arbeit berechnen wir auf der Grundlage des Schalenmodells mit j-j-Kopplung und Restwechselwirkung die Zustände mit $J^\pi = 7/2^-$ in Ni^{57} und Co^{57}, $J^\pi = 0^+$ in Co^{56} und Cu^{58}. Da wir die Coulomb-Wechselwirkung als Störung behandeln, können wir den Isospinformalismus benutzen. Je nach Zweckmäßigkeit verwenden wir im Text Basiszustände mit ungekoppelten oder gekoppelten (Vektorkopplung) Neutronen- und Protonenisospins.
In Teil 2 leiten wir die Ausgangsform des Hamilton-Operators für die Schalenmodellrechnung ab. Das geschieht durch Einführung eines neuen Vakuums +) (ungestörter Grundzustand des Kerns mit abgeschlossener $1f_{7/2}$-Schale, Ni^{56}) und der Vernichtungsoperatoren für Löcher unterhalb des Fermi-Niveaus.

In Teil 3 beschränken wir den Konfigurationsraum auf die Konfigurationen $((\overline{\pi}1f_{7/2})^{-p}$, $(\nu 1f_{7/2})^{-o}$ $\nu nlj)$, $((\overline{\pi}1f_{7/2})^{-p}$, $(\nu 1f_{7/2})^{-1}$ $(\nu nlj)^2)$ und $((1f_{7/2})^{-p-1}$ $\overline{\pi} nlj$, $(\nu 1f_{7/2})^{o}$ $\nu nlj)$ mit nlj = $2p_{3/2}$, $2p_{1/2}$ und $1f_{5/2}$. Die Zustämde dieser Basiskonfigurationen klassifizieren wir nach Gesamtspin J, Parität π und Gesamtisospin T.
Die Beiträge der Konfigurationen mit besetztem $1g_{9/2}$-Niveau werden nicht in Rechnung genommen. Konfigurationen mit einem

+) s.S.3

$g_{9/2}$-Neutron haben entgegengesetzte Parität, Konfigurationen mit zwei $g_{9/2}$-Nukleonen liegen hoch, und es wird angenommen, daß ihr Beitrag zu den obigen Zuständen gering ist.
Die Zweiteilchen-Wechselwirkung zwischen den Nukleonen der 3. und 4. Hauptschale sowie die Einteilchenenergien bzgl. des Ni^{56}-Cores werden in Teil 4 diskutiert.

In Teil 5 erfolgt die Berechnung der Matrixelemente der Teilchen-Loch-Wechselwirkung zwischen den Basiszuständen des beschränkten Konfigurationsraumes.
Die numerischen Resultate der Diagonalisierung des Schalenmodell-Hamilton-Operators werden in Teil 6 diskutiert und im Detail mit den Experimenten (direkte Teilchen-Übergangs- und Ladungsaustausch-Reaktionen mit den Targetkernen Fe und Ni) verglichen.

+) Das ursprüngliche Vakuum ist der Zustand ohne Teilchen.

2.) Teilchen-Loch-Transformation im Schalenmodell-Hamilton-Operator

Für Kerne mit $A > 50$ und nahezu abgeschlossenen Schalen hat sich die j-j-Kopplung als besonders nützlich erwiesen. Die Einteilchen-Schalenmodellzustände werden deshalb durch die Quantenzahlen n,l,j,m und Isospinkomponente t gekennzeichnet. Die entsprechenden Vernichtungs- und Erzeugungsoperatoren seien a_1 und a_1^+, wobei wir der Kürze halber (1) für den Satz $(n_1 l_1 j_1 m_1 t_1)$ schreiben.

Der Hamilton-Operator besteht aus der kinetischen Energie und einem rotationssymmetrischen Wechselwirkungsanteil

$$H = \sum_1 \langle 1|T|1\rangle \, a_1^+ a_1 + \frac{1}{4} \sum_{1234} \langle 12|V|34\rangle \, a_1^+ a_2^+ a_4 a_3 \qquad (2.1)$$

Die Zweiteilchen-Matrixelemente sind antisymmetrisch. Das Schalenmodell wird durch die Hartree-Fock-Gleichungen[19]

$$\langle 1|T|3\rangle + \sum \langle 11'|V|31'\rangle = \varepsilon_1 \delta_{13} \qquad (2.2)$$

beschrieben, wobei 1' die besetzten Zustände des (versuchsweise gewählten) Grundzustands und ε_1 die selbstkonsistenten Energien bezeichnen. Für einen Kern mit abgeschlossenen Schalen nehmen wir diesen Zustand als neues Vakuum[20], bezeichnet durch $|\rangle$:

$$|\rangle = a_{1'}^+ a_{2'}^+ \cdots a_{F'}^+ |0\rangle \qquad (2.3)$$

der Löcher unterhalb und Teilchen oberhalb des Fermi-Niveaus F'. Den Loch-Vernichtungsoperator definieren wir durch

$$\xi_{1'} = (-1)^{j_{1'} + 1/2 + m_{1'} + t_{1'}} a^{+}_{\bar{1}'} \quad , \qquad (2.4)$$

$$(\bar{1}') \equiv (n_{1'} l_{1'} j_{1'} \bar{m}_{1'} \bar{t}_{1'}) \quad , \quad \bar{m}_{1'} = -m_{1'} \quad , \quad \bar{t}_{1'} = -t_{1'}$$

Der Phasenfaktor ist dabei so gewählt, daß sich der hermitisch konjugierte Operator $\xi^{+}_{1'}$ wie ein Teilchen-Erzeugungsoperator transformiert, d.h. wie die Komponente eines irreduziblen Tensors der Stufe $j_{1'}$ im Orts- und-Spin-Raum, der Stufe 1/2 im Isospinraum.
Seien 1', ..., 4' Zustände unterhalb des Fermi-Niveaus, so folgt aus $\xi_{1'} |\rangle = 0$,

$$a_{1} |\rangle = 0, \text{ falls 1 oberhalb F'}, \qquad (2.5)$$

und dem Wickschen Theorem:

$$\begin{aligned} a^{+}_{1} a^{+}_{2} a_{4} a_{3} &= N[a^{+}_{1} a^{+}_{2} a_{4} a_{3}] \\ &+ (\delta_{1'3'} N[a^{+}_{2} a_{4}] - \delta_{1'4'} N[a^{+}_{2} a_{3}]) \\ &+ (\delta_{2'4'} N[a^{+}_{1} a_{3}] - \delta_{2'3'} N[a^{+}_{1} a_{4}]) \\ &+ (\delta_{1'3'} \delta_{2'4'} - \delta_{1'4'} \delta_{2'3'}) \end{aligned} \qquad (2.6)$$

wobei N [ ] das Normalprodukt bzgl. der ξ's bedeutet. Der Wechselwirkungsanteil des Hamilton - O. spaltet sich in

$$V = V^{(0)} + V^{(2)} + V^{(4)}$$

mit

$$\begin{aligned} V^{(0)} &= 1/2 \sum_{1'2'} \langle 1'2' | V | 1'2' \rangle \quad , \\ V^{(2)} &= \sum_{1'23} \langle 1'2 | V | 1'3 \rangle N[a^{+}_{2} a_{3}] \\ \text{und} \quad V^{(4)} &= 1/4 \sum_{1234} \langle 12 | V | 34 \rangle N[a^{+}_{1} a^{+}_{2} a_{4} a_{3}] \end{aligned} \qquad (2.7)$$

auf. Beachten wir die Hartree-Fock-Gleichungen (2.2), so erhalten wir für den transformierten Hamilton-O. den Ausdruck:

$$H = E_0 + \sum_1 \varepsilon_1 N[a_1^+ a_1] + 1/4 \sum_{1234} \langle 12|V|34\rangle \times N[a_1^+ a_2^+ a_4 a_3] \qquad (2.8)$$

E_0 ist der Vakuumerwartungswert oder die Grundzustandsenergie. Die Einteilchenenergien, die die Wechselwirkung eines Loches oder Teilchens mit den abgeschlossenen Schalen darstellen, werden gewöhnlich aus den Spektren der Kerne mit 1 Nukleon weniger bzw. mehr als in abgeschlossenen Schalen bestimmt.
Der 3. Term in (2.8) beschreibt die Wechselwirkung V zwischen Löchern und Teilchen, die dem neuen Vakuum hinzugefügt werden.
Um die Dimension der Matrizen zu reduzieren, empfiehlt es sich, zu der Darstellung überzugehen, in der die Zweiteilchen-Matrixelemente weitgehend diagonal sind. Da die Wechselwirkung rotationsinvariant ist, nehmen wir solche Linearkombinationen von Zweiteilchenzuständen, die Eigenzustände des Drehimpulses $\vec{J} = \vec{j}_1 + \vec{j}_2 = \vec{j}_3 + \vec{j}_4$ sind.
In der neuen Darstellung gilt

$$V = 1/2 \sum_{1234} \sum_{JJ_z m_i} (j_1 m_1 j_2 m_2 | JJ_z)(j_3 m_3 j_4 m_4 | JJ_z) \times \frac{1}{\delta_{12}\delta_{34}} \langle 12J|V|34J\rangle N[a^+_{1m_1} a^+_{2m_2} a_{4m_4} a_{3m_3}] \qquad (2.9)$$

wobei die Zahlen jetzt für den vollständigen Satz von Quantenzahlen mit Ausnahme der magnetischen Quantenzahl m stehen. Die neuen Matrixelemente sind unabhängig von der Z-Komponente J_z. δ_{12} ist gleich 1 für identische,

äquivalente $[(n_1 \ell_1 j_1) = (n_2 \ell_2 j_2)]$ Teilchen (oder Löcher) und sonst $\sqrt{2}$.

Im folgenden benutzen wir eine Schreibweise, die für die Berechnung der Erwartungwerte von V viele Vorteile hat. Dazu vertauschen wir $a^+_{2m_2}$ und a_{4m_4} und koppeln die 4 Drehimpulse $j_1, \ldots, j_4$ mit Hilfe der Standardrelation[21]

$$\sum_{J_z} (j_1 m_1 j_2 m_2 | J J_z)(j_3 m_3 j_4 m_4 | J J_z) = \tag{2.10}$$

$$(2J+1) \sum_{J' J'_z} (-1)^{j_2 + j' + m_1 + m_3} \begin{Bmatrix} j_1 j_2 J \\ j_3 j_4 J' \end{Bmatrix} (j_1 m_1 j_4 m_4 | J' J'_z)(j_3 m_3 j_2 m_2 | J' \bar{J}'_z)$$

um. Unter Benutzung der Symmetrieeigenschaften der Clebsch-Gordan-Koeffizienten erhalten wir V als Linearkombination von Skalarprodukten der Teilchen-Loch-Erzeugungsoperatoren

$$C^+_{12 J' J'_z} = \sum_{m_1 m_2} (j_1 m_1 j_2 m_2 | J' J'_z)\, a^+_{1 m_1} (-1)^{j_2 + j_2 + m_2 + t_2} a_{\bar{2} \bar{m}_2} \tag{2.11}$$

mit $(\bar{2}) \equiv (n_2 \ell_2 j_2 t_2)$, also in der Form

$$V = \frac{1}{2} \sum (-1)^{j_2 + j_3 + 1 + t_3 + t_4} F(1432 J')\, N[(C^+_{1\bar{4} J'} \cdot C^+_{2\bar{3} J'})] \tag{2.12}$$

F ist die von Baranger[22] eingeführte Funktion

$$F(1432 J') = \sum_J (2J+1) \begin{Bmatrix} j_1 j_2 J \\ j_3 j_4 J' \end{Bmatrix} \frac{1}{\sigma_{12} \sigma_{34}} \langle 12 J | V | 34 J \rangle \tag{2.13}$$

Das Skalarprodukt wird wie üblich durch

$$\left(C^{+}_{\gamma'} \cdot C^{+}_{\gamma'}\right) = \sum_{\gamma'_2} (-1)^{\gamma'_2} \, C^{+}_{\gamma'\gamma'_2} \, C^{+}_{\gamma'\bar{\gamma}'_2}$$

dargestellt [23].

Im Fall der Wechselwirkung zwischen den Konfigurationen 21^{-1} und 34^{-1} gilt

$$N\left[\left(C^{+}_{14\gamma'} \cdot C^{+}_{23\gamma'}\right)\right] = (-1)^{1+j_1+j_4-\gamma'} \left(\tilde{C}^{+}_{41\gamma'} \cdot C^{+}_{23\gamma'}\right), \qquad (2.14)$$

wobei der neu eingeführte Operator durch

$$\tilde{C}^{+}_{12\gamma'\gamma'_2} = \sum (j_1 m_1 j_2 m_2 | \gamma'\gamma'_2) \, \xi^{+}_{1m_1} (-1)^{j_2+\gamma_2+m_2+t_2} \, \xi_{\bar{2}\bar{m}_2} \qquad (2.15)$$

definiert ist.

3.) Klassifikation der Basiszustände

Im folgenden nehmen wir den ungestörten Grundzustand von Ni^{56}, d.i. die abgeschlossene $1f_{7/2}$-Schale, als Vakuum. Die angeregten Zustände der Kerne wie Co^{56-57}, Ni^{57} und Cu^{58} entstehen durch Anwendung der Loch- und Teilchenerzeugungsoperatoren

$$\xi^{+}_{1\pi_{1/2} m t} \; , \; a^{+}_{n l j m t} \qquad (nlj = 2p_{3/2}, 2p_{1/2}, 1f_{5/2}) \qquad (3.1)$$

und der Erzeugungsoperatoren für Paare

$$[\xi^{+}_{f_{7/2}}\xi^{+}_{f_{7/2}}]^{JM_J}_{TM_T}\ ,\ [a^{+}_{lj}a^{+}_{lj}]^{JM_J}_{TM_T} \tag{3.2}$$

auf das Vakuum. Die Paare $[\quad]^{JM_J}_{TM_T}$ sind dabei durch Clebsch-Gordan-Koeffizienten zu scharfem Gesamtdrehimpuls und -isospin gekoppelt und mit $\frac{1}{\sqrt{2}}$ multipliziert, so daß Paarzustände normiert sind.

Beschränken wir den Konfigurationsraum auf die Konfigurationen $((\pi 1f_{7/2})^{-p}, (\nu 1f_{7/2})^{0}\,\nu nlj)$, $((\pi 1f_{7/2})^{-p-1}\,\pi nlj$, $(\nu 1f_{7/2})^{0}\,\nu nlj)$ und $((\pi 1f_{7/2})^{-p}, (\nu 1f_{7/2})^{-1}(\nu nlj)^{2}$ mit $p \leq 1$, so sind die Basiszustände $|{}^{A}_{Z}X_{N} : T\,T_z\,J^{\pi}\rangle$ +):

$$|{}^{56}_{27}Co_{29} : 2\bar{1}\,0^{+}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left([\xi^{+}_{f_{7/2}}\xi^{+}_{f_{7/2}}]^{J}_{10}\,[a^{+}_{lj}a^{+}_{lj}]^{J}_{1\bar{1}}\right)_{0}|0\rangle$$

$$+\frac{1}{\sqrt{2}}\left([\xi^{+}_{f_{7/2}}\xi^{+}_{f_{7/2}}]^{J}_{1\bar{1}}\,[a^{+}_{lj}a^{+}_{lj}]^{J}_{10}\right)_{0}|0\rangle \tag{3.3}$$

$$|{}^{56}_{27}Co_{29} : 1\bar{1}\,0^{+}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left([\xi^{+}_{f_{7/2}}\xi^{+}_{f_{7/2}}]^{J}_{10}\,[a^{+}_{lj}a^{+}_{lj}]^{J}_{1\bar{1}}\right)_{0}|0\rangle$$

$$-\frac{1}{\sqrt{2}}\left([\xi^{+}_{f_{7/2}}\xi^{+}_{f_{7/2}}]^{J}_{10}\,[a^{+}_{lj}a^{+}_{lj}]^{J}_{1\bar{1}}\right)_{0}|0\rangle \tag{3.4}$$

$$|{}^{57}_{27}Co_{30} : 3/2\ \overline{3/2}\ \pi_{7/2}^{-}\rangle = \left(\xi^{+}_{\pi f_{7/2}}\,[a^{+}_{lj}a^{+}_{lj}]^{J}_{1\bar{1}}\right)_{\pi_{7/2}}|0\rangle \quad {}^{++}) \tag{3.5}$$

$$|\,{}^{57}_{28}Ni_{29}:\tfrac{3}{2}\tfrac{1}{2}\tfrac{7}{2}^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(\xi^+_{\nu f_{7/2}}\,[a^+_{l_j}\,a^+_{l_j}]^J_{1\,1}\right)_{7/2}|0\rangle$$

$$+\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\left(\xi^+_{\pi f_{7/2}}\,[a^+_{l_j}\,a^+_{l_j}]^J_{1\,0}\right)_{7/2}|0\rangle \qquad (3.6)$$

$$|\,{}^{57}_{28}Ni_{29}:\tfrac{1}{2}\tfrac{1}{2}\tfrac{7}{2}^-\rangle = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\left(\xi^+_{\nu f_{7/2}}\,[a^+_{l_j}\,a^+_{l_j}]^J_{1\,1}\right)_{7/2}|0\rangle$$

$$-\frac{1}{\sqrt{3}}\left(\xi^+_{\pi f_{7/2}}\,[a^+_{l_j}\,a^+_{l_j}]^J_{1\,0}\right)_{7/2}|0\rangle \qquad (3.7)$$

$$|\,{}^{57}_{28}Ni_{29}:\tfrac{1}{2}\tfrac{1}{2}\tfrac{7}{2}^-\rangle = \left(\xi^+_{\pi f_{7/2}}\,[a^+_{l_j}\,a^+_{l_j}]^J_{0\,0}\right)_{7/2}|0\rangle \qquad (3.8)$$

$$|\,{}^{58}_{29}Cu_{29}:1\,0\,0^+\rangle = [a^+_{l_j}\,a^+_{l_j}]^0_{1\,0}|0\rangle \qquad (3.9)$$

Bei Paaren, die zu T = 1 gehören, treten wegen der Antisymmetrie im Orts-Spin-Raum nur gerade Gesamtdrehimpulse J auf. Im Fall T = 0 ist J ungerade.[23)]

+) Wir benutzen die Konvention t = ½ für Protonen, t = -½ für Neutronen, wie in Ref.[23)].

++) $\xi^+_{\nu f_{7/2}\,m}$ erzeugt ein $f_{7/2}$-Neutronenloch, folglich gilt nach (3.3) $\xi^+_{\nu f_{7/2}\,m} \equiv \xi^+_{f_{7/2}\,m\,t=1/2}$. Ähnlich ist $\xi^+_{\pi f_{7/2}\,m} \equiv \xi^+_{f_{7/2}\,m\,t=-1/2}$.

4.) Die effektive Wechselwirkung in der 3. und 4.Hauptschale

Die Wechselwirkung in Konfigurationen aus $1f_{7/2}$-Nukleonen, in denen entweder die Protonenschale leer (Ca-Isotope) oder die Neutronenschale abgeschlossen ist (N = 28-Isotone), ist von Talmi[23] ausführlich untersucht worden. Dabei wurden die Paarenergien

$$\langle (\nu f_{7/2})^2 0 | V | (\nu f_{7/2})^2 0 \rangle = -3{,}10\ \text{MeV}\,, \tag{4.1}$$

$$\langle (\pi f_{7/2})^2 0 | V | (\pi f_{7/2})^2 0 \rangle = -2{,}33\ \text{MeV} \tag{4.2}$$

und Abschätzungen für die Positionen der Seniority +)-2--Niveaus

$$V_J - V_0 \qquad \text{mit} \qquad V_J = \langle (\pi f_{7/2})^2 J | V | (\pi f_{7/2})^2 J \rangle \quad \text{od.} \quad \langle (\nu f_{7/2})^2 J | V | (\nu f_{7/2})^2 J \rangle \tag{4.3}$$

gefunden. Bei unserer Schalenmodellrechnung verwenden wir die folgenden experimentellen Werte, entnommen dem Spektrum von $_{26}Fe^{54}_{28}$ und $_{20}Ca^{42}_{22}$ [18]:

$$V_2 - V_0 = 1{,}40\ \text{MeV}\,, \quad V_2 - V_0 = 1{,}53\ \text{MeV}$$
$$V_4 - V_0 = 2{,}55\ \text{MeV}\,, \quad V_4 - V_0 = 2{,}50\ \text{MeV} \tag{4.4}$$

In der $\pi f_{7/2}\,\nu f_{7/2}$-Konfiguration benötigen wir wegen der Beschränkung des Konfigurationsraumes nur die Durchschnittswechselwirkung

$$\overline{V(\pi f_{7/2}\,\nu f_{7/2})} = \frac{\sum (2J+1) \langle (\pi f_{7/2})(\nu f_{7/2}) J | V | (\pi f_{7/2})(\nu f_{7/2}) J \rangle}{\sum (2J+1)} \tag{4.5}$$

+) Die Anzahl der nicht zu J=0 gekoppelten Nukleonen

Diese schätzen wir aus den Bindungsenergien des letzten Neutrons ($1f_{7/2}$-Neutron)

$$B_n\left({}_Z^{}Y_N^A\right) = B.E.\left({}_Z^{}Y_N^A\right) - B.E.\left({}_Z^{}Y_{N-1}^{A-1}\right) \qquad (4.6)$$

in den Kernen ${}_{22}T^{49,50}_{27,28}$, ${}_{24}Cr^{50,51}_{27,28}$ und ${}_{26}Fe^{53,54}_{17,28}$ ab. Diese besitzen einen Core von der Struktur ${}_{20}Ca^{48}_{28}$, 0-1 $f_{7/2}$-Neutronenlöcher und n = 2,4,6 $f_{7/2}$-Protonen. Ihre Neutronen-Bindungsenergie zerlegen wir in den Protonenanteil, der als n-fache absolute Durchschnittswechselwirkung $|\overline{V(\pi f_{7/2}\nu f_{7/2})}|$ angenommen wird, und den Anteil der abgeschlossenen Schalen. Den letzteren approximieren wir durch die gesamte (bei N = 28) bzw. die um die Paarungsenergie (3.1) verminderte (bei N = 27) Neutronen-Bindungsenergie in Ca^{48}.

Aus den entsprechenden Näherungsformeln

$$B_n(Z=20+n, N=28) \simeq B_n(Ca^{48}) + n\,|\overline{V(\pi f_{7/2}\nu f_{7/2})}| \qquad (4.7)$$

$$B_n(Z=20+n, N=27) \simeq \left(B_n(Ca^{48}) - 3{,}10\right) + n\,|\overline{V(\pi f_{7/2}\nu f_{7/2})}| \qquad (4.8)$$

und den experimentellen Bindungsenergien [24] können wir Werte der Größe (4.5) berechnen. In Tabelle 1 haben wir die berechneten Werte für

$$F(\pi f_{7/2}\,\overline{\pi f_{7/2}}\,\nu f_{7/2}\,\nu f_{7/2}\,0) = -4\,\overline{V(\pi f_{7/2}\nu f_{7/2})} \quad +) \qquad (4.9)$$

eingetragen. Lassen wir die Werte für Ti^{50} und Cr^{52} außer

+) F ist die in (2.13) definierte Funktion, die bei J' = 0 proportional der Durchschnittswechselwirkung ist.

acht, so ergibt sich als Durchschnitt der übrigen Werte

$$F(\pi f_{7/2}\,\pi f_{7/2}\,\nu f_{7/2}\,\nu f_{7/2}\,0) = 2{,}475\ \text{MeV} \tag{4.10}$$

Tabelle 1: Bindungsenergien für $1f_{7/2}$-Neutronen

Kern	J^π	B_n (exp.) [MeV]	$F(\pi f_{7/2}^2\,\nu f_{7/2}^2\,0)$ [MeV]	Kern	J^π	B_n (exp.) [MeV]	$F(\pi f_{7/2}^2\,\nu f_{7/2}^2\,0)$ [MeV]
$^{49}_{27}Ti$	$7/2^-$	8,146	2,616	$^{52}_{24}Cr_{28}$	0^+	12,035	2,095
$^{50}_{28}Ti$	0^+	10,956	2,010	$^{53}_{26}Fe_{27}$	$7/2^-$	10,442	2,402
$^{51}_{27}Cr$	$7/2^-$	9,270	2,430	$^{54}_{26}Fe_{28}$	0^+	13,619	2,452

Als Modell der Kernkraft zwischen Nukleonen in verschiedenen Hauptschalen verwenden wir ein spinabhängiges Deltapotential[25,26]

$$V_{ij} = \delta(r_{ij})\,(V_0 + V_1\,\vec{\sigma}_i\,\vec{\sigma}_j) \tag{4.11}$$

Die Matrixelemente dieser Oreichweitigen Kraft ergeben sich für nichtidentische Teilchen als

$$\begin{aligned} &F\,(1432\,J') \\ &= (-1)^{Y}\,\hat{j}_1\hat{j}_2\hat{j}_3\hat{j}_4\ I/4 \\ &\times \sum_J \Big[\big\{V_t - (1+(-1)^X)2V_1\big\}\,C^{j_1 j_2 J}_{1/2\,-1/2\,0}\,C^{j_3 j_4 J}_{1/2\,-1/2\,0} \\ &+ (-1)^{Y} V_t\,C^{j_1 j_2 J}_{1/2\,1/2\,1}\,C^{j_3 j_4 J}_{1/2\,1/2\,1}\Big]\begin{Bmatrix} j_1 & j_2 & J \\ j_3 & j_4 & J' \end{Bmatrix} \end{aligned} \tag{4.12}$$

und für identische Teilchen als

$$F(1432\ J') = (-1)^Y \left[1+(-1)^X\right] \hat{j}_1 \hat{j}_2 \hat{j}_3 \hat{j}_4 \; V_S \; I/4 \times \sum_J C^{j_1 j_2 J}_{1/2\,-1/2\,0} \; C^{j_3 j_4 J}_{1/2\,-1/2\,0} \begin{Bmatrix} j_1 & j_2 & J \\ j_3 & j_4 & J' \end{Bmatrix} , \qquad (4.13$$

wobei

$$(1) \equiv (n \ell j t) \;, \quad Y = \ell_2 + \ell_4 + j_2 - j_4 \;; \quad X = \ell_1 + \ell_2 - J$$

$$\hat{j} \equiv \sqrt{2j+1} \;, \quad V_t = V_0 + V_1 \;, \quad V_S = V_0 - 3V_1$$

und I das Radialintegral

$$\frac{1}{4\pi} \int_0^\infty u_{n_1 \ell_1}(r)\, u_{n_2 \ell_2}(r)\, u_{n_3 \ell_3}(r)\, u_{n_4 \ell_4}(r)\, \frac{dr}{r^2}$$

ist [19]. Bei der Berechnung der tiefliegenden angeregten Zustände in N = 29 - Isotonen unter Vernachlässigung von Coreanregungen wurden von Vervier[25] die in Tabelle 2 angegebenen Werte für V_0 I und $V_1/V_0 = 0{,}089$ benutzt. Daraus ergeben sich die Werte 1,932, 1,612

Tabelle 2: Vo I $(l_1 l_2 l_3 l_4)$ in MeV (Ref.[25])

$l_1 j_1$ $l_2 j_2$	$l_4 j_4$ $l_3 j_3$ $(\pi f_{7/2})(\nu p_{3/2})$	$(\pi f_{7/2})(\nu p_{1/2})$	$(\pi f_{7/2})(\nu f_{5/2})$
$(\pi f_{7/2})(\nu p_{3/2})$	- 0,684	- 0,745	0,496
$(\pi f_{7/2})(\nu p_{1/2})$		- 0,806	0,542
$(\pi f_{7/2})(\nu f_{5/2})$			-1,080

und 3,741 MeV für $F(\bar{\nu}f_{7/2}\,\bar{\nu}f_{7/2}\ vljvlj0)$, $lj = p_{3/2}, p_{1/2}, f_{5/2}$ resp. Bei unserer Schalenmodellrechnung nehmen wir die gering verschiedenen Werte 1,808, 1,521 und 3,584 MeV resp. Die übrigen Matrixelemente $F(\bar{\nu}f_{7/2}\,\bar{\nu}f_{7/2}$ vlj vlj J'), ebenso unter Annahme der Ladungsunabhängigkeit der Kernkräfte die Matrixelemente $F(\nu f_{7/2}\,\nu f_{7/2}$ vlj vlj J') $F(\nu f_{7/2}\,\nu f_{7/2}\,\bar{\nu}lj\,\bar{\nu}\ell j\ J')$ und $F(\bar{\nu}f_{7/2}\bar{\nu}f_{7/2}$ $\bar{\nu}lj\,\bar{\nu}lj$ J') (zur Coulomb-Korrektur s.u.) berechneten wir mit Hilfe der Tabelle 2 und der Tabelle für 3-j- und 6-j-Symbole von Rotenberg u.a. [27].

Aus der Untersuchung der Seniority-0- und Seniority-1-Zustände in Ni-Isotopen von Auerbach[28] sind folgende Matrixelemente bekannt (Tabelle 3):

Tabelle 3: Neutron-Neutron-Wechselwirkung in Ni-Isotopen (Ref.[28])

Matrixelemente	in MeV
$\langle(\nu p_{3/2})^2 0\,\|V\|\,(\nu p_{1/2})^2 0\rangle$	- 1,03
$\langle(\nu p_{3/2})^2 0\,\|V\|\,(\nu f_{5/2})^2 0\rangle$	- 1,10-
$\langle(\nu p_{1/2})^2 0\,\|V\|\,(\nu f_{5/2})^2 0\rangle$	- 0,60-
$\langle(\nu p_{3/2})^2 0\,\|V\|\,(\nu p_{3/2})^2 0\rangle$	- 0,90
$\langle(\nu p_{3/2})^2 2\,\|V\|\,(\nu p_{3/2})^2 2\rangle$	0,24
$\langle(\nu p_{1/2})^2 0\,\|V\|\,(\nu p_{1/2})^2 0\rangle$	- 0,76

Tabelle 3. Forts.

Matrixelemente	in MeV
$\langle (\nu f_{5/2})^2 0 \vert V \vert (\nu f_{5/2})^2 0 \rangle$	- 1,73
$\overline{V}_2 = \dfrac{\sum_{J>0} \hat{J}^2 \langle (\nu f_{5/2})^2 J \vert V \vert (\nu f_{5/2})^2 J \rangle}{\sum_{J>0} \hat{J}^2}$	0,05
$W_{3/2\,5/2} = 2\,\dfrac{\sum_J \hat{J}^2 \langle \nu p_{3/2}\, \nu f_{5/2}\, J \vert V \vert \nu p_{3/2}\, \nu f_{5/2}\, J \rangle}{\sum_J \hat{J}^2}$	0,59

Die Nebendiagonalterme sind alle negativ, während Diagonalelemente mit $J > 0$ auch positiv sein können. Nehmen wir als Modell der Kernkraft eine Kombination aus Deltapotential und einer im allgemeinen abstoßenden Zweikörperkraft, von der wir nur annehmen wollen, daß ihre Nebendiagonalelemente klein sind, so erhalten wir durch ähnliche Technik, wie in Ref.[25] benutzt, Abschätzungen von folgenden Matrixelementen:

$$\langle (\nu p_{3/2})^2 2 \vert V \vert (\nu f_{5/2})^2 2 \rangle \simeq -0{,}24\,\mathrm{MeV}, \qquad (4.14)$$

$$\langle (\nu f_{5/2})^2 2 \vert V \vert (\nu f_{5/2})^2 2 \rangle \simeq -0{,}2\,\mathrm{MeV} \qquad (4.15)$$

und $\langle (\nu f_{5/2})^2 4 \vert V \vert (\nu f_{5/2})^2 4 \rangle \simeq 0{,}2\,\mathrm{MeV}$ (4.16)

aus den Werten der Tabelle 3.

Die Coulomb-Einteilchenenergien von 2 p_j- und $1f_{5/2}$-Protonen bzgl. der abgeschlossenen Protonenschalen des Ni^{56}-Cores berechnen sich als

$$\sum_{1'} \langle 1'2 | V_c | 1'2 \rangle = \langle 2 | \tilde{V}_c | 2 \rangle = \varepsilon_{c2} \qquad (4.17)$$

mit $(1') = (n_1' l_1' j_1' m_1' \; 1/2)$ unterhalb, $(2) = (m_2 l_2 j_2 m_2 1/2)$ oberhalb des Fermi-Niveaus. Setzen wir näherungsweise

$$\tilde{V}_c = Z e^2 \frac{1}{|\vec{r}|} \qquad , \vec{r} = \text{Ortsvektor des 2-Protons,} \qquad (4.18$$

so erhalten wir

$$\varepsilon_{c2p_j} = Z e^2 \; \frac{18}{15} \sqrt{\frac{2M\omega}{h}} \qquad (4.19)$$

und $$\varepsilon_{c1f_{5/2}} = Z e^2 \; \frac{32}{35} \sqrt{\frac{2M\omega}{h}}$$

Die Energien (4.19) sind mit Oszillatorwellenfunktionen berechnet, ω ist die Oszillatorfrequenz. Nehmen wir einen vernünftigen Wert für $e^2\sqrt{2M\omega/h}$, 0,32 MeV[23], so erhalten wir für Z=28 10,75 bzw. 8,19 MeV.

Die bei der numerischen Rechnung auftretenden Matrixelemente der Coulomb-Kraft sind

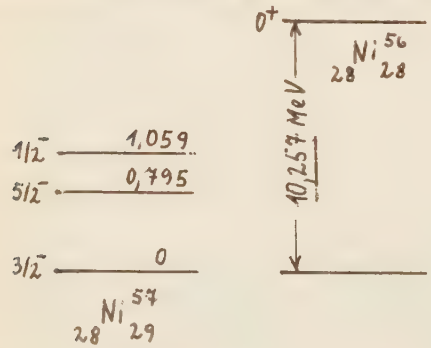
$$F_c(1'1'22J') = -\frac{1}{2} \sum_J (-1)^{j_1'+j_2'+J} \hat{J}^2 \begin{Bmatrix} j_1' j_2' J \\ j_2 j_1' J' \end{Bmatrix} \langle 1'2J | V_c | 1'2J \rangle \qquad (4.20)$$

mit derselben Bedeutung für 1',2 (ohne m's) wie oben. Nehmen wir an, daß die Matrixelemente $\langle 1'2J|V_c|1'2J\rangle$ nahezu von J unabhängig sind, so können wir

$$F_c(1'1'22J') \simeq -\frac{1}{2}\overline{V_c(12)}\sum_J (-1)^{j_1+j_2+J}\hat{J}^2 \begin{Bmatrix} j_1' & j_2 & J \\ j_2 & j_1' & J' \end{Bmatrix} \qquad (4.21)$$

setzen. Die Summe über J ergibt sich nach einer bekannten Relation [23] als $\hat{j}_1'\hat{j}_2\,\delta(J'0)$, d.h. alle F_c mit $J' > 0$ verschwinden. Für die Durchschnittswechselwirkungen $\overline{V_c(f_{7/2}\,p_j)}$ und $\overline{V_c(f_{7/2}f_{5/2})}$ nehmen wir die Werte 0,384 und 0,293 MeV resp. +)

Die Einteilchenenergien für Neutronen bzgl. des Ni^{56}-Cores entnehmen wir dem Spektrum von Ni^{57} (s.Abb.1):



$\varepsilon_{\nu p_{3/2}} = -10{,}257\,\text{MeV}$,

$\varepsilon_{\nu f_{5/2}} = -9{,}492\,\text{MeV}$,

$\varepsilon_{\nu p_{1/2}} = -9{,}201\,\text{MeV}$.

Abb.1: 1-Teilchen-Spektrum von Ni^{57} 1-3)

Die Einteilchenenergien für Protonen berechnen sich als Summe der entsprechenden Neutronenenergien und Coulomb-Einteilchenenergien,

$$\varepsilon_{\pi p_{3/2}} = 0{,}493\,\text{MeV}\,,\quad \varepsilon_{\pi f_{5/2}} = -1{,}272\,\text{MeV}\,,\quad \varepsilon_{\pi p_{1/2}} = 1{,}549\ \text{MeV}\ ^{++}).$$

+) 28. Teil der 1-Teilchen-Energie.

Die Einteilchenenergien für $f_{7/2}$-Protonenlöcher bzw. -Neutronenlöcher nehmen wir als Differenz der Bindungsenergien von $_{28}Ni^{56}_{28}$ und $_{27}Co^{55}_{28}$:

$(f_{7/2})^{-1}$ = 7,19 MeV [24] bzw. berechnen wir aus (4.7) und (4.10) :

$(f_{7/2})^{-1}$ = 14,89 MeV++) .

5.) Die Matrixelemente der Teilchen-Loch-Wechselwirkung

Die Wechselwirkung zwischen äquivalenten Löchern im Niveau j_1 und äquivalenten Teilchen im Niveau j_2 wird nach den Formeln (2.12),(2.14) durch den Operator

$$2 \sum_{J'} (-1)^{t_3+t_4+J'} F(j_1 t_4 j_1 t_1 j_2 t_2 j_2 t_3 J') \left(\tilde{C}^{+}_{j_1 \bar{t}_4 j_1 t_1 J'} \cdot C^{+}_{j_2 t_2 j_2 \bar{t}_3 J'} \right) \qquad (5.1)$$

beschrieben. Die Gruppen äquivalenter Teilchen und Löcher kennzeichnen wir durch die Quantenzahlen α , T_z und J.

α dient zur Unterscheidung zwischen Zuständen mit gleichem Drehimpuls und gleicher Isospinkomponente.

++) Das Spektrum von $_{29}Cu^{57}_{28}$ ist nicht bekannt, ebensowenig das $_{28}Ni^{55}_{27}$ - Spektrum.

Seien $t_1, \ldots, t_4$ vorgegeben. Das Matrixelement des entsprechenden Skalarproduktes in (5.1) ist

$$\langle j_1^{-n_1}(\alpha_1 T_{z_1} \gamma_1)\, j_2^{n_2}(\alpha_2 T_{z_2} \gamma_2)\, \gamma \,|\, (\tilde{C}^{+}_{j_1 \bar{t}_4 j_1 t_1 \gamma'} \cdot C^{+}_{j_2 t_2 j_2 \bar{t}_3 \gamma'}) \tag{5.2}$$

$$|\, j_1^{-n_1}(\alpha_1' T_{z_1}' \gamma_1')\, j^{n_2}(\alpha_2' T_{z_2}' \gamma_2')\, \gamma \rangle$$

Die beiden Operatoren innerhalb des Skalarproduktes sind vertauschbar. Mit Hilfe der Standardformel für vertauschbare Tensoroperatoren [23] läßt sich das Matrixelement (5.2) zerlegen,

$$(-1)^{\gamma_2+\gamma+\gamma_1'} \begin{Bmatrix} \gamma_1 & \gamma_2 & \gamma \\ \gamma_2' & \gamma_1' & \gamma' \end{Bmatrix} (j_1^{-n_1} \alpha_1 T_{z_1} \gamma_1 \| \tilde{C}^{+}_{j_1 \bar{t}_4 j_1 t_1 \gamma'} \| j_1^{-n_1} \alpha_1' T_{z_1}' \gamma_1') \tag{5.3}$$

$$\times\, (j_2^{n_2} \alpha_2 T_{z_2} \gamma_2 \| C^{+}_{j_2 t_2 j_2 \bar{t}_3 \gamma'} \| j_2^{n_2} \alpha_2' T_{z_2}' \gamma_2') \,.$$

Das reduzierte Metrixelement für n_1 Löcher hängt mit dem reduzierten Matrixelement für n_1 Teilchen durch die Beziehung

$$(j_1^{-n_1} \alpha_1 T_{z_1} \gamma_1 \| \tilde{C}^{+}_{j_1 \bar{t}_4 j_1 t_1 \gamma'} \| j_1^{-n_1} \alpha_1' T_{z_1}' \gamma_1') \tag{5.4}$$

$$= -\,(j_1^{n_1} \alpha_1 \bar{T}_{z_1} \gamma_1 \| C^{+}_{j_1 t_4 j_1 \bar{t}_1 \gamma'} \| j_1^{n_1} \alpha_1' \bar{T}_{z_1}' \gamma_1')$$

zusammen. (5.4) gilt wegen der gleichen Vertauschungsrelationen für Teilchen und Löcher.

Für die numerische Rechnung benötigen wir die folgenden Doppelstrich-Matrixelemente, die sich leicht unter Benutzung der Algebra der Kopplung von Drehimpulsen berechnen lassen:

$$(j_1 t_1 \| C^{+}_{j_1 t_1 j_1 \bar{t}_2 \gamma'} \| j_1 t_2) = (-1)^{\frac{1}{2} - t_2} \hat{\gamma}' \tag{5.5}$$

$$(j_1^2 T_{\bar{z}_1} \gamma_1 \| C^{+}_{j_1 t_1 j_1 \bar{t}_2 \gamma'} \| j_1^2 T'_{\bar{z}_1} \gamma'_1)$$

$$= (-1)^{\frac{1}{2} - t_2} \sqrt{2 - \delta(T_{\bar{z}_1}, 0)} \sqrt{2 - \delta(T'_{\bar{z}_1}, 0)} (-1)^{\gamma_1 + \gamma'_1 + 1} \tag{5.6}$$

$$\times \hat{\gamma}_1 \hat{\gamma}' \hat{\gamma}'_1 \begin{Bmatrix} j_1 j_1 \gamma \\ \gamma'_1 \gamma_1 \gamma' \end{Bmatrix} \qquad (T_{\bar{z}_1} - t_2 = T'_{\bar{z}_1} + t_1)$$

$\delta(1,2)$ ist das Kronecker-Symbol.

6.) Numerische Ergebnisse und Diskussion

Die berechneten Anregungsenergien der $7/2^-$- und 0^+-Zustände in Co^{57}, Ni^{57} und Co^{56}, Cu^{58} wollen wir mit den durch Pick-up-Reaktionen und anderen experimentellen Studien bestimmten Anregungsenergien vergleichen. Dazu berechnen wir im Falle Ni^{57} die spektroskopischen Faktoren S für die Ni^{58} (p,d) - und Ni^{58} (He^3, α)-Reaktion. Diese Größen sind experimentell als Verhältnis von gemessenem Wirkungsquerschnitt und dem aus der Reaktionstheorie abgeleiteten, bekannten 1-Teilchen-Querschnitt gegeben.

Im Formalismus der 2. Quantisierung gilt für S:

$$S_{nlj}(J_A, T_A M_{T_A} \xrightarrow{(p,d)} \alpha_K J_K, T_K M_{T_K}) = \langle \psi(A)_{J_A M_A T_A M_{T_A}} [a^+_{nlj\, \frac{1}{2}} \psi^+(A-1)_{\alpha_K J_K M_K T_K M_{T_K}}]^{(J_A)}_{M_A} \rangle^2$$

mit $T_K = T_A - 1/2$, $T_A + 1/2$, T_A = Isospin des Targetkerns (s.Teil 1). Die quadratische Klammer zeigt die Vektorkopplung des Drehimpulses j des A-ten Nukleons (Neutron) mit dem resultierenden Drehimpuls der A-1 Nukleonen des Restkerns im Zustand K an (Ref.[9], S.503).

Der Bahndrehimpuls l des "picked-up" Neutrons wird durch das Experiment aus der Winkelverteilung des W.Q. bestimmt[29].

a) 0^+-Zustände in Co^{56} (Z=27, N=29)

Bei Beschränkung auf die Seniority-0-Basiszustände (3.3) (für T=2) und die angegebenen Basiszustände (3.4) (für T=1) ergeben sich die theoretischen Zustände mit $J^\pi = 0^+$ des

doppelt-ungeraden Kerns Co^{56} wie in Abb.2 gezeigt. Tabelle 4 enthält die zugehörigen Entwicklungskoeffizienten.

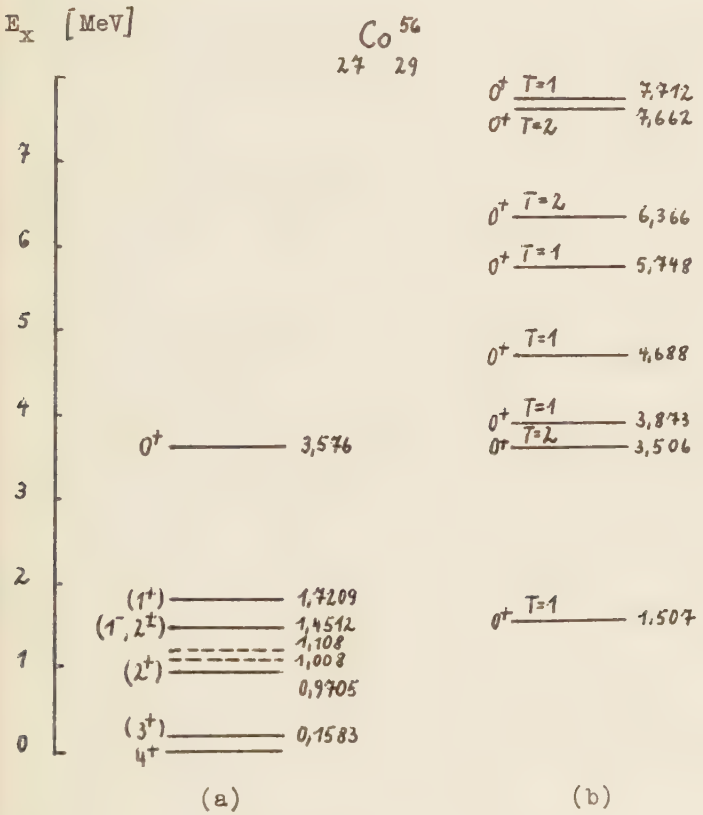


Abb.2: (a) experimentelle [4,11,16,17],
(b) theoretische Niveaus in Co^{56}

Der berechnete 3,51-MeV-Zustand (T = 2) stimmt gut mit dem isobarisch analogen Zustand des Grundzustands von Fe^{56} (T_z = 2) bei 3,576 MeV, gefunden in (p,n)-Reaktion [4], überein. Der niedrigste 0^+-Zustand ist bei 1,51 MeV in der Nähe zweier experimenteller Niveaus (1,451 u.1,721 MeV)

vorhergesagt. Die Spins der beiden experimentellen Niveaus sind durch Winkelkorrelationsmessungen auf von Null verschiedene Werte festgelegt [16].

In Ref.[9], S.843 ff. werden die vorläufigen Ergebnisse von (He^3,t)-Experimenten mit den Targetkernen Fe^{56} u.a. berichtet. Danach führt die Reaktion $Fe^{56}(He^3,t)Co^{56}$ u.a. auf einen 1,6-MeV-Zustand des Endkerns, der nicht mit einem der bekannten Co-Zustände bei 1,451 und 1,721 MeV, die von Wells [30] der Konfiguration $(\pi f_{7/2})^{-1}$ $(Vf_{5/2})$ und den Spins 2^+, 1^+ resp. zugeordnet wurden, identisch zu sein scheint. Denn der Targetkern Fe^{56} hat im Grundzustand näherungsweise eine abgeschlossene $f_{7/2}$-Neutronenschale, zwei $f_{7/2}$-Protonenlöcher und 2 identische Neutronen, die teilweise die $p_{3/2}$- $p_{1/2}$- und $f_{5/2}$ - Unterschale besetzen. Nach der Theorie des direkten Ladungsaustausches zwischen einem Proton des He-Ions und den Oberflächenneutronen des Targetkerns [7] sollten die Endzustände der Reaktion $Fe^{56}(He^3,t)Co^{56}$ durch die Konfigurationen $((\pi f_{7/2})^{-1}$, $(Vf_{7/2})^{-1}$ $(Vlj)^2)$ und $((\pi f_{7/2})^{-2}$ πlj, $(Vf_{7/2})^{a}Vlj)$ausgezeichnet sein.

Ein Vergleich der theoretischen Isospin-2-Zustände mit den bekannten 0^+-Niveaus in Fe^{56} (Abb.3) zeigt angeregte analoge Zustände bei 6,37 und 7,67 MeV in Co^{56}, die wahrscheinlich den Fe-Niveaus bei E_x = 2,946 u. 4,296 MeV entsprechen.

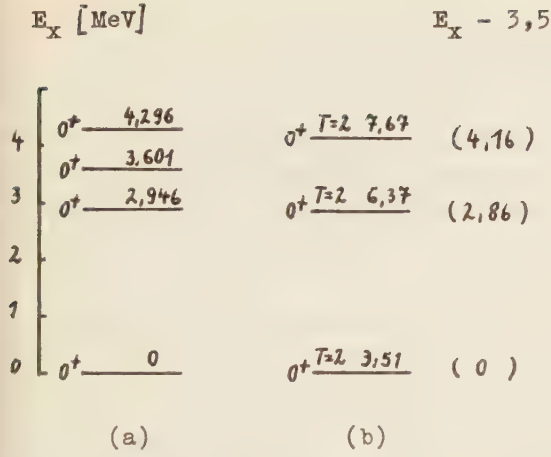


Abb.3: (a) experimentelle 0^+-Zustände in Fe^{56} [13],
(b) berechnete analoge Zustände (T=2)

Tabelle 4: Entwicklungskoeffizienten der berechneten 0^+-Zustände in Co^{56} +)

E_x MeV	1,507	3,873	4,688	5,748	7,712	9,324
Konfiguration			T = 1			
$(f_{7/2})^2_0\,(p_{3/2})^2_0$	0,705	-0,549	0,282	0,348	-0,027	-0,020
$(\downarrow)^2_2\,(p_{3/2})^2_2$	- 0,114	0,404	0,897	0,140	-0,004	-0,002
$(\quad)^2_0\,(p_{1/2})^2_0$	0,290	-0,096	0,225	-0,925	-0,022	-0,014
$(\quad)^2_0\,(f_{5/2})^2_0$	0,631	0,709	-0,248	0,058	0,136	0,127
$(\quad)^2_2\,(f_{5/2})^2_2$	-0,080	-0,143	0,063	-0,022	0,920	0,349
$(\quad)^2_4\,(f_{5/2})^2_4$	-0,037	-0,055	0,022	0,006	-0,365	0,928

3,506	6,366	7,662	T = 2
0,817	-0,512	0,265	
-	-	-	
0,301	-0,013	-0,953	
0,491	0,859	0,143	
-	-	-	
-	-	-	

+) Die Konfigurationsauszeichnung der Basiszustände er-

b) 7/2⁻-Zustände in Co^{57} (Z=27, N=30)

Unsere Schalenmodellrechnung ergibt unterhalb 2,5 MeV nur einen $7/2^-$-Zustand (0,15 MeV), der dem Grundzustand von Co^{57} ($J^\pi = 7/2^-$ [15]) entspricht. Der niedrigste angeregte Zustand mit Spin $7/2^-$ liegt theoretisch bei 2,54 MeV (s.Tabelle 5).

Tabelle 5: Anregungsenergien und Entwicklungskoeffizienten der berechneten $7/2^-$-Zustände in Co^{57} +)

E_x MeV Konfiguration	0,153	2,536	2,717	3,502	4,261	5,606
$(f_{7/2})^{-1}(Vp_{3/2})^2_0$	0,801	-0,101	0,442	0,165	0,341	0,101
$(\downarrow)^{-1}(Vp_{3/2})^2_2$	-0,220	0,845	0,338	-0,302	-0,156	-0,091
$(\quad)^{-1}(Vp_{1/2})^2_0$	0,290	0,111	0,079	-0,256	0,907	-0,089
$(\quad)^{-1}(Vf_{5/2})^2_0$	0,440	0,419	-0,659	0,025	0,085	0,434
$(\quad)^{-1}(Vf_{5/2})^2_2$	-0,111	-0,103	0,431	-0,038	-0,087	0,885
$(\quad)^{-1}(Vp_{3/2}\ Vf_{5/2})_4$	0,139	0,230	0,252	0,902	-0,149	-0,049

Das Niveauschema von Co^{57} ist mit Hilfe der Reaktionen Ni^{58} (t,He^4) Co^{57} [12], $Fe^{56}(p,\gamma\gamma)$ Co^{57} [18] und $Ni^{58}(n,d)$ Co^{57} untersucht worden. Einen Vergleich der experimentellen

---

folgt in der Weise, daß der Gesamtdrehimpuls jeder Gruppe von äquivalenten Teilchen oder äquivalenten Löchern angegeben wird: $(f_{7/2})^{-n_1}_{J_1}(1j)^{n_2}_{J_2}$.

+) Die angegebenen Zustände haben offenbar den Isospin 3/2 ($T_\zeta = 3/2$), da die $f_{7/2}$-Neutronenschale abgeschlossen ist.

$J = 5/2^-$, $7/2^-$-Zustände mit unseren Ergebnissen zeigt die Abb.4. Die Winkelkorrelations- [18] und (n,d)-Messung [10] sowie die Untersuchung des Betazerfalls von Ni^{57} [17] ergeben neben dem Co-Grundzustand keine weiteren $7/2^-$-Zustände unterhalb 2,5 MeV. Die in Ref.[12] angegebenen $7/2^-$-Zustände bei 1,89 und 2,30 MeV haben entweder den Spin $5/2^-$ (Pick-up

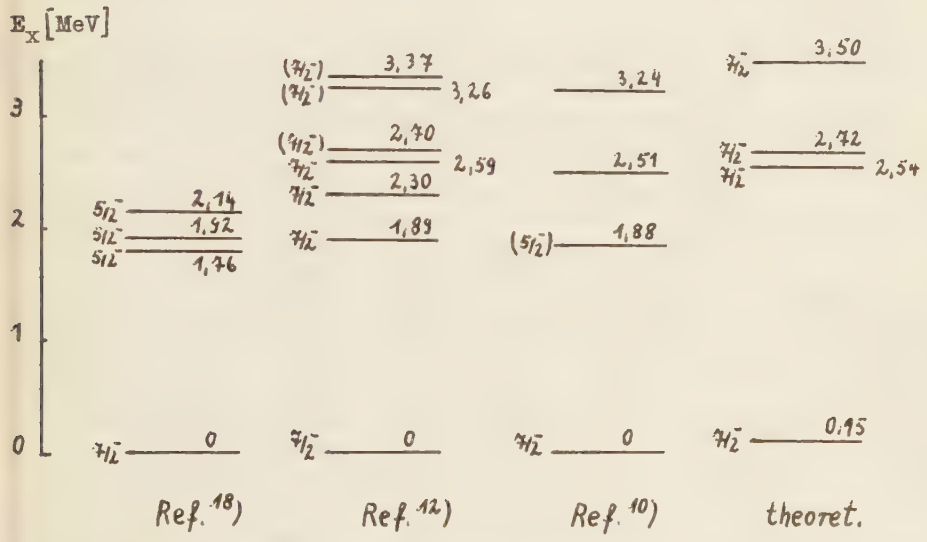


Abb.4: Experimentelle und theoretische Zustände im Co^{57}

von $f_{5/2}$- statt $f_{7/2}$-Protonen) oder sind komplizierte Zustände mit $J^\pi = 7/2^-$ als wir betrachtet haben (3.5). Als eine wichtige Beimischung erwies sich die zu J=4 gekoppelte V-V-Konfiguration $p_{3/2}\ f_{5/2}$. Als Näherungswert für das Matrixelement

$$\langle \nu p_{3/2}\ \nu f_{5/2}\ 4 | V | \nu p_{3/2}\ \nu f_{5/2}\ 4 \rangle$$

wurde der Wert 0,02 MeV abgeschätzt. Die Rechnung hängt unwesentlich von diesem Matrixelement ab.

c) $7/2^-$ - Zustände in Ni^{57} (Z=28, N=29)

Das Ergebnis unserer Schalenmodellrechnung zeigt die Abbildung 5. Tabelle 6 enthält die Anregungsenergien und Entwicklungskoeffizienten der berechneten Eigenzustände mit $J^\pi = 7/2^-$ sowie die theoretischen spektroskopischen Faktoren für die Ni^{58} (p,d) - oder $Ni^{58}(He^3,d)$-Reaktion. Der Grundzustand des Targetkern Ni^{58}, wie von Auerbach [28] berechnet, ist

$$0{,}777\,[a^+_{p_{3/2}} a^+_{p_{3/2}}]^0_{11}|\rangle + 0{,}312\,[a^+_{p_{1/2}} a^+_{p_{1/2}}]^0_{11}|\rangle + 0{,}545\,[a^+_{f_{5/2}} a^+_{f_{5/2}}]^0_{11}|\rangle$$

Tabelle 6: Anregungsenergien, Entwicklungskoeffizienten und spektroskopische Faktoren S (p,d) der berechneten $7/2^-$-Zustände in Ni^{57}

E_x MeV	T = 1/2					
Konfiguration	2,532	3,694	4,981	5,453	6,803	7,191
$(f_{7/2})^{-1}\ (p_{3/2})^2_0$	0,642	0,024	0,644	-0,213	0,354	0,038
$(\downarrow)^{-1}\ (p_{3/2})^2_2$	0,154	-0,977	-0,055	0,129	-0,031	0,068
$(\ )^{-1}\ (p_{1/2})^2_0$	0,280	0,051	0,206	-0,063	-0,932	-0,158
$(\ )^{-1}\ (f_{5/2})^2_0$	0,690	0,185	-0,624	0,268	0,050	-0,042
$(\ ))^{-1}\ (f_{5/2})^2_2$	0,091	-0,085	-0,375	-0,720	-0,085	0,569
$(\ )^{-1}\ (f_{5/2})^2_4$	0,025	0,040	0,092	0,586	0,040	0,802
S $f_{7/2}$(p,d)	5,0	0,1	0,3	0,01	0,01	-

T = 3/2					
5,031	7,201	8,128	8,615	9,691	9,972
0,631	-0,607	0,260	-0,148	0,367	-0,097
-0,156	-0,391	0,802	-0,373	0,166	-0,115
0,249	0,131	0,215	0,114	-0,902	-0,219
0,682	-0,586	-0,031	0,126	-0,021	0,417
-0,201	0,310	0,450	0,473	-0,121	0,650
-0,096	0,149	-0,200	-0,765	-0,096	0,578
2,4	-	0,03	-	0,03	-

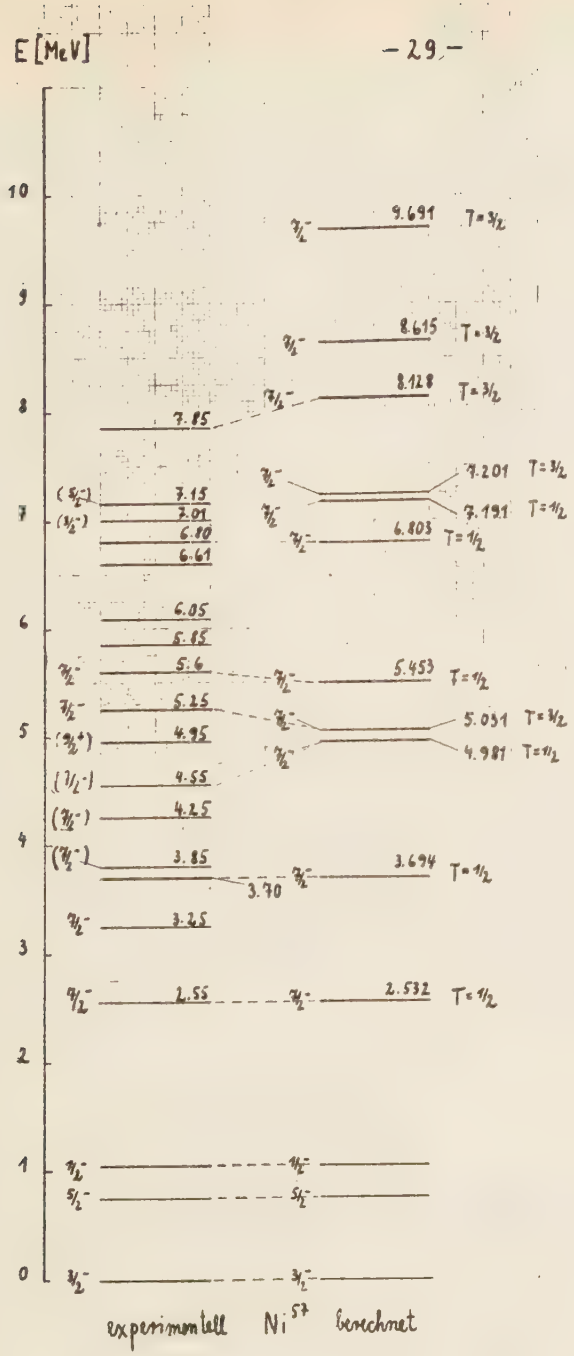

E [MeV]
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
0
9.691 T=3/2
8.615 T=3/2
8.128 T=3/2
7.85
7.15
7.01
6.80
6.61
7.201 T=3/2
7.191 T=1/2
6.803 T=1/2
6.05
5.85
5.6
5.453 T=1/2
5.25
5.031 T=3/2
4.95
4.981 T=1/2
4.55
4.25
3.85
3.70
3.694 T=1/2
3.25
2.55
2.532 T=1/2
experimentell
Ni 57
berechnet

Abb. 5

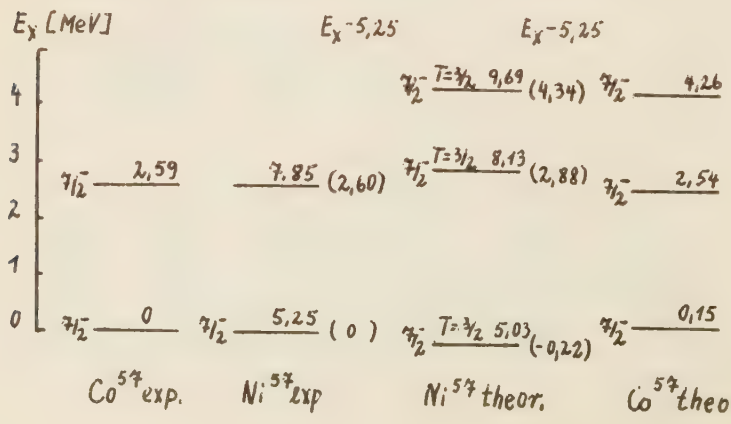
Bei den Reaktionen $Ni^{58}(p,d)\ Ni^{57}$ und $Ni^{58}(He^3,\alpha)Ni^{57}$ werden bei 2,55 und 5,25 MeV stark angeregte Zustände des Endkerns mit l = 3-(7/2⁻-) Winkelverteilung der zugehörigen Wirkungsquerschnitte gefunden [1-3]. Der 5,25-MeV-Zustand ist das Analogon zum Grundzustand des Co-Isotops 57 [1-3]. Wie gewöhnlich wird $T = T_\zeta = (N-Z)/2$ (=3/2) für den Grundzustand (von Co^{57}) angenommen. Das ist konsistent mit unserer Rechnung, die für den tiefsten Isospin - 3/2-Zustand die Anregungsenergie 5,031 MeV und $S_{f\ 7/2}\ (p,d) = 2,4$ (nach der Summenregel [9], S.503 gilt

$$\sum_\alpha S_{f_{7/2}}(0,1\bar{1} \xrightarrow{(p,d)} \alpha\, 7/2, 3/2\ \bar{1}/2) = 8/3 \qquad)$$

ergibt. Der niedrigste Zustand mit T = 1/2 ist bei 2,532 MeV mit $S_{f\ 7/2}\ (p,d) = 5,0$ (

$$\sum_\alpha S_{f_{7/2}}(0,1\bar{1} \xrightarrow{(p,d)} \alpha\, 7/2, 1/2\ \bar{1}/2) = 16/3 \qquad)$$

vorhergesagt. Der Abstand des experimentellen 7,85-MeV-Zustands (l = 3 [1-3]) von E_x = 5,25 MeV beträgt 2,60 MeV. Die berechnete Position dieses Zustands ist 8,13 MeV. Er ist wahrscheinlich der analoge Zustand des angeregten 7/2⁻-Zustands in Co^{57} bei 2,59 MeV. Diesen Zusammenhang zeigt die folgende Abbildung.



Die theoretischen Spektren in der obigen Abbildung zeigen noch ein weiteres Paar analoger Zustände, nämlich Co^{57} : $7/2^-$ (4,26 MeV) - Ni^{57} : $7/2^-$ (9,69 MeV) mit der Hauptkonfiguration $(f_{7/2})^{-1}\ (p_{1/2})^2_0$.

Die berechneten Isospin - 1/2-Zustände mit E_x = 3,69, 4,98 u. 5,45 MeV haben wir auf Grund der Nähe ihrer Anregungsenergie den experimentellen Zuständen bei 3,70, 4,55 ($J^\pi = 7/2^-$) und 5,6 MeV ($J^\pi = 7/2^-$), die bei Pick-up-Reaktion schwach angeregt werden[1-3], zugeordnet. Die berechneten spektroskopischen Faktoren sind klein.
Wir haben die Zustände (3.8) :

$$\left(\xi^{+}_{\pi f_{7/2}} \left[a^{+}_{lj}\ a^{+}_{lj}\right]^{J}_{00}\right)_{7/2} |>$$

nicht in Rechnung genommen. Sie unterscheiden sich von den verwendeten T = 1/2-Basiszuständen (3.6) dadurch, daß die äußeren Nukleonen zu ungeradem Drehimpuls J gekoppelt sind, d.h. zu im Orts- und-Spin-Raum symmetrischen Zuständen. Die Basiszustände (3.6) enthalten antisymmetrische äußere Nukleonenpaare. Auf Grund der verschiedenen inneren Symmetrien erwarten wir kleine Übergangselemente, so daß sich die erhaltenen Ergebnisse nicht wesentlich ändern.
Die vernachlässigten Zustände könnten für die experimentellen $7/2^-$-Zustände bei 3,25, 3,85 und 4,25 MeV in Ni^{57} verantwortlich sein.

d) 0^+-Zustände in Cu^{58} (Z = N = 29)

Die mit Seniority-0-Basiszuständen (3.11) durchgeführte Schalenmodellrechnung ergibt 0^+-Zustände in Cu^{58} bei E_x = 0,124, 2,985 u. 5,377 MeV. Die zugehörigen Eigenzustände sind in Tabelle 7 angegeben.

Tabelle 7 : Entwicklungskoeffizienten der berechneten 0^+-Zustände in Cu^{58} *)

E_x MeV / Konfiguration	0,124	2,985	5,377
$p_{3/2}\ Vp_{3/2}$	0,837	-0,484	0,254
$p_{1/2}\ Vp_{1/2}$	0,324	0,065	-0,944
$f_{5/2}\ Vf_{5/2}$	0,441	0,872	0,211

In der quasi-elastischen Streuung Ni^{58} (p,n) Cu^{58} ist ein stark angeregter Endzustand, der isobarisch analoge Zustand des Targetkerns Ni^{58} ($J^{\pi} = 0^+$), bei 0,209 MeV gefunden worden [4,14] . Der theoretische 0,124-MeV-Zustand könnte diesem Niveau entsprechen. Der 2. berechnete 0^+-Zustand ist wahrscheinlich der analoge Zustand von Ni^{58}: 0^+ (2,77 MeV) [15]. Ein angeregter Cu-Zustand mit $E_x \sim$ 2,8 MeV wurde bei (He^3,t)-Experimenten gefunden (Ref [9]), S.843 ff.).

*) Da wir j-j-Kopplung verwenden, sind die Isospins der angegebenen Zustände 1.

7.) Zusammenfassung

Wie die vorstehenden Beispiele zeigen, können die 0^+- bzw. $7/2^-$-Zustände in Co^{56} bzw. Ni^{57} bei Verwendung einer geeigneten effektiven Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung gut durch einfache Coreanregungen beschrieben werden.

Die T=2- (0^+-) bzw. T=3/2 - ($7/2^-$-)Zustände der Nukleonenkonfigurationen

$$(f_{7/2})^{-n}_J \left((p_{3/2})^2_0 + (f_{5/2})^2_0\right) \qquad \text{(gemischt)},$$

$$(f_{7/2})^{-n}_J \; (p_{3/2})^2_2$$

und $$(f_{7/2})^{-n}_J \; (p_{1/2})^2_0$$

mit n=2, J=0 für Co^{56}, n=1, J=7/2 für Ni^{57} stimmen mit den isobarisch analogen Zuständen von Fe^{56} und Co^{57}, soweit sie bekannt sind, überein.

Die T=1 - (0^+) und T=½ - ($7/2^-$-) Zustände resp. der gleichen Nukleonenkonfigurationen liegen in Co^{56} um ungefähr 2 MeV, in Ni^{57} um rund 3 MeV tiefer.

Schließlich haben wir gezeigt, daß wegen der Paarungsenergie zwischen angeregtem Nukleon und ungeradem (29.) Neutron Coreanregungen in Co^{56} und Ni^{57} auch unterhalb von 3 MeV vorkommen: für Co^{56} wird ein 0^+-Zustand bei ~1,5 MeV vorhergesagt.

Herrn Dr. E. Weidemann möchte ich für die Überlassung des Themas und für seinen freundlichen Rat, Herrn Professor Dr. F. Bopp für die Zurverfügungstellung der Hilfsmittel des Institutes danken.

Literaturverzeichnis :

1.) R. Sherr, B.F.Bayman, E. Rost, M.E. Rickey, C.C. Hoot: Phys.Rev. 139, B 1272 (1965)

2.) M.K. Brussel, P.E.Rundquist, A.I.Yavin : Phys.Rev. 140, B 838 (1965)

3.) C.-M.Fou, R.W.Zurmühle : Phys.Rev.140 , B 1283 (1965)

4.) J.A.Lookson, D. Dandy : Nucl.Phys. A 97 , 232 (1967)

5.) J.D. Anderson, C. Wong, J.W. McClure : Phys.Rev. 138 , B615 (1965)

6.) R. Sherr, E. Rost, M.E. Rickey : Phys.Rev.Letters 12 , 15, 420 (1964)

7.) A.M.Lane : Nucl.Phys. 35 , 676 (1962)

8.) A.M.Lane, R.G. Thomas : Rev.Mod.Phys. 30 , 257 (1958)

9.) J.D. Fox, D. Robson : Isobaric Spin in Nuclear Physics, Academic Press (New York, 1966)

10) W.N. Wang, E.J. Winhold : Phys.Rev. 140 , B 882 (1965)

11) J.H. Bjerregaard, P.F. Dahl, O. Hansen, G. Sidenius : Nucl.Phys. 51 , 641 (1964)

12.) A.G. Blair, D. Armstrong : Phys.Rev. 151 , 930 (1966)

13.) B.L. Cohen, R. Middleton : Phys.Rev. 146 , 746 (1966)

14.) R. Sherr : Phys. Letters 20 , 4, 392 (1966)

15.) K. Way et al. : Nuclear Data Sheets, National Academy of Sciences, National Research Council, Washington

16.) D.O. Wells, S.L. Blatt, W.E. Meyerhof : Phys.Rev.110 , 1961 (1963)

17.) C.J. Piluso, D.O. Wells, D.K. McDaniels : Nucl.Phys.77 , 193 (1966)

18.) L.S. August, C.R. Gosset, P.A. Treado :Phys.Rev. 142 , 664 (1966)

19.) A.M. Lane : Nuclear Theory, W.A. Benjamin Inc. (New York, 1964)

20.) C. Quesne : Nucl.Phys. 76, 268 (1965)

21.) A. de-Shalit : Phys.Rev. 91 , 1483 (1953)

22.) M. Baranger : Phys.Rev. 120 , 957 (1960)

23.) A. de-Shalit, I.Talmi : Nuclear Shell Theory, Academic Press (New York, 1963)

24.) J.H.E. Mattauch et al. : Nucl.Phys. 67 (1965)

25.) J. Vervier : Nucl.Phys. 78 , 497 (1966)

26.) J.P. Elliot, A.M. Lane, Encyclopedia of Physics, Springer-Verlag (Berlin, 1957), Vol.XXXIX, p.337

27.) J. Rotenberg, R. Bivins, N. Metropolis, J.K. Wooten : the 3-j and 6-j symbols, Technology Press, Massachusetts Institute of Technology (Massachusetts, 1959)

28.) N. Auerbach : Nucl.Phys. 76 , (1966)

29.) M.H. Macfarlane, J.B. French : Revs.Modern Phys. 32 , 567 (1960)

30.) D.O. Wells : Nucl.Phys. 66 , 562 (1965)

Lebenslauf

Ich wurde am 7.5.1938 in Halle/Saale als Sohn des Ingenieurs Bruno Flamme und seiner Ehefrau Lucie Flamme geboren.

Von 1944 bis 1952 besuchte ich dort die Volksschule. Nach einer Lehrzeit als Werkzeugschlosser, die ich am 31.8.1954 mit der Gesellenprüfung beendete, arbeitete ich ein Jahr als Werkzeugschlosser.

Von September 1955 bis Juli 1958 besuchte ich in Halle/S. die Oberschule, von September 1958 bis Februar 1959 die Oberrealschule in Rotenburg a.d.Fulda, an der ich am 25.2.1959 das Abitur ablegte.

Im Mai 1959 begann ich das Studium der Physik und Mathematik an der Universität München, das ich am 25.6.1965 mit der Diplom-Prüfung für Physik abschloß.

Seit dem 1. September 1965 bin ich als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für theoretische Physik der Universität München tätig.

München, den 20.8.1967 Bruno Flamme